



Ответы и решения задач «белого»

уровня сложности MathCat

1. (6 баллов) У Влада есть 6 машинок, 4 самолёта и 2 паровоза. Мама принесла ему несколько пустых коробок и попросила убрать туда свои игрушки. Когда Влад разложил все игрушки по коробкам, то три игрушки вместе лежали только в одной коробке, две вместе – всего в трёх коробках, а ещё 3 коробки остались пустые. Сколько коробок принесла мама?

Ответ: 10.

Решение: Всего у Влада $6+4+2=12$ игрушек. Если в одной коробке лежат 3 игрушки и в трёх коробках – по 2, то в этих четырёх коробках поместились $3+3*2=9$ игрушек. То есть остальные 3 игрушки лежат по одной штуке на коробку. Итого коробок: 1 (3 игрушки) + 3 (2 игрушки) + 3 (по 1 игрушке) + 3 (пустые) = 10 коробок.

2. (8 баллов) Четыре брата смотрели восьмисерийный мультфильм. Они постоянно отвлекались: уходили и возвращались. В итоге получилось, что каждый из них смотрел ровно по 40 минут, в каждый момент один или два мальчика сидели у экрана, 40 минут мультфильм смотрели ровно 2 мальчика. Сколько длится одна серия мультфильма?

Ответ: 15 минут.

Решение: Если просуммировать время, которое смотрел мультфильм каждый мальчик, получим $40*4=160$ минут. Но тогда время, когда мультфильм смотрели два мальчика, сосчитано дважды, то есть от полученного числа надо отнять 40. Получим $160-40=120$ минут. Поскольку мультфильм состоял из 8 серий, то каждая из них длилась ровно $120/8=15$ минут.

3. (8 баллов) В одном месяце было пять сред и пять пятниц. Каким днём недели было 20-е число этого месяца?

Ответ: понедельник.

Решение: Четыре полные недели – это 28 дней, если сред и пятниц по 5, то и четвергов 5, то есть получим месяц в 31 день. Чтобы в нём было по 5 сред, четвергов и пятниц, месяц должен начинаться со среды. Тогда 20-е число этого месяца – понедельник.

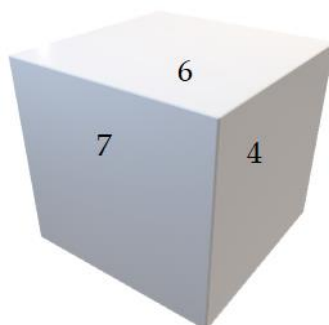
4. (8 баллов) Саша выкинул три игральные кости. На вопрос, сколько очков у него выпало, Саша ответил: «У меня получилось двузначное число, сумма цифр которого в 2 раза больше произведения этих цифр». Сколько очков выкинул Саша?

Ответ: 11.

Решение: У Саши при броске трёх игральных кубиков могло получиться число от 3 до 18. Для двузначных чисел от 10 до 18 методом перебора получаем, что $1+1=2*(1*1)$, то есть ответом будет число 11. Ну или просто сумма цифр числа бывает больше

произведения этих цифр только тогда, когда одна из цифр – единица, а если сумма в два раза больше, то только когда обе цифры единицы, а число равно 11.

5. (8 баллов) На каждой грани кубика Алёша написал по одному натуральному числу так, что произведение чисел на противоположных гранях одинаково (см.рисунок). Какое число должно быть на нижней грани кубика, если такое произведение – минимальное из возможных?



Ответ: 14.

Решение: Минимальное произведение чисел на противоположных гранях должно быть кратно каждому из чисел на рисунке. Чтобы оно было минимальным, разобьём эти числа на множители и найдём наименьшее общее кратное: 7, $2 \cdot 2$ и $2 \cdot 3$. НОК будет $7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 84$. Тогда на нижней грани $84/6 = 14$.

6. (8 баллов) Света разложила перед собой кубик, шарик, пирамидку и звёздочку, каждая из которых имеет один из цветов: зелёный, синий, красный или жёлтый. Любые две фигуры имеют разные цвета. Кубик лежит между зелёной фигурой и звёздочкой, а шарик красный и расположен с краю от жёлтой фигуры. Какого цвета кубик?

Ответ: синий.

Решение: Кубик лежит между зелёной фигурой и звёздочкой, значит, звёздочка и кубик не зелёные. Поскольку шарик красный (не зелёный тоже), то зелёный остаётся для пирамидки. Кубик лежит между зелёной фигурой и звёздочкой, значит, не с краю, то есть шарик находится около звёздочки (с другого края – зелёная пирамидка), тогда звёздочка жёлтая, а кубик синий.

7. (10 баллов) В книжке-раскраске нарисовано 5 разных фигур, а у Ани есть 7 карандашей разных цветов. Сколькими способами Аня может раскрасить фигуры, если она не хочет, чтобы какие-нибудь две фигуры были одного и того же цвета?

Ответ: 2 520 способов.

Решение: При раскрашивании первой фигуры Аня может выбрать любой из 7 цветов, второй – любой из 6 и т.д, на последнюю фигуру у неё остаётся всего 3 цвета. Тогда общее количество вариантов – это произведение всех этих чисел: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520$.

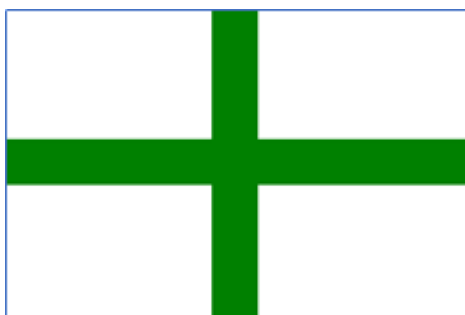
8. (12 баллов) Петя уронил калькулятор, и оттуда высыпались кнопки с основными арифметическими действиями. Он вставил кнопки как попало и начал решать

математическую задачу. У Пети получилось, что $18+3=8*2$. Чему тогда может быть равно $20:(4-3)$?

Ответ: 32 или 140.

Решение: $18+3$ может быть равно при разных арифметических знаках: $18+3=21$, $18-3=15$, $18:3=6$, $18*3=54$. Аналогично, $8*2$ может означать: $8+2=10$, $8-2=6$, $8:2=4$, $8*2=16$. Как видим, совпадает только значение 6. То есть "+" заменяет ":", а "*" заменяет "-". У нас остаётся два знака (+ и *). Искомое число может быть $20+(4*3)=32$ или $20*(4+3)=140$.

9. (16 баллов) Антон рисует флаг фантастической страны Ом. Он решил, что площадь креста должна составлять $\frac{3}{8}$ площади флага. Какой должна быть толщина креста, если стороны флага – 4 и 6 метров? (Толщина вертикальной и горизонтальной полос одинакова.)



Ответ: 1 метр.

Решение: Площадь флага – $4*6=24$ м². Тогда площадь креста равна $24*\frac{3}{8}=9$ м². Если толщина креста x , то площадь вне креста будет $(4-x)(6-x)$. Получили уравнение $(4-x)*(6-x)=15$, которое имеет два корня $x=1$ и $x=9$. Последний корень не подходит (из условия $x<4$), тогда ответ – $x=1$.

10. (16 баллов) Ниф-Ниф, Наф-Наф и Нуф-Нуф собирали жёлуди, а потом решили поделиться друг с другом. Нуф-Нуф отдал каждому из братьев по четверти своих желудей, а потом Ниф-Ниф взял по $\frac{1}{7}$ части желудей каждого брата. В итоге у всех поросят стало поровну желудей. Сколько всего желудей собрали поросята, если у Ниф-Нифа сначала был 1 жёлудь?

Ответ: 36.

Решение: Пусть в конце у каждого оказалось по x желудей. Для Нуф-Нуфа и Наф-Нафа это $\frac{6}{7}$ от того, что было у них до этого, значит, Ниф-Ниф у каждого из братьев взял по $\frac{x}{6}$. Значит, до этого у него было $\frac{4x}{6}$, а у них - по $\frac{7x}{6}$. Теперь посмотрим, что сделал Нуф-Нуф. Себе он оставил половину своих желудей, а братьям отдал по четверти. Значит, до этого щедрого дара у него было вдвое больше ($\frac{14x}{6}$), а у каждого из братьев - меньше на $\frac{7x}{12}$. Иначе говоря, у Наф-Нафа было $\frac{7x}{6} - \frac{7x}{12} = \frac{7x}{12}$, а у Ниф-Нифа - $\frac{4x}{6} - \frac{7x}{12} = \frac{x}{12}$. Но по условию $\frac{x}{12}$ было одним жёлудем, значит, $x=12$, а общее число желудей у трёх поросят равно 36.